Universität Erlangen-Nürnberg
Naturwissenschaftliche Fakultät I
Sommersemester 2004
Prof. Dr. K. Klamroth
Barbara Pfeiffer

01. 07. 2004

Netzwerkoptimierung
Übungsblatt 9

Problem 1
Ein Busunternehmen führt n Vormittagsfahrten und n Nachmittagsfahrten durch und muss diesen Fahrten geeignete Fahrer zuordnen. Die einzelnen Fahrten dauern unterschiedlich lange. Falls die Gesamtdauer der Fahrten (eine Vormittags- und eine Nachmittagsfahrt), die einem Fahrer zugewiesen sind, einen vorgegebenen Wert D übersteigt, erhält der Fahrer eine Prämie für jede gefahrene Überstunde. Um Kosten zu sparen will das Unternehmen die Fahrten so zuordnen, dass die Gesamtzahl der gefahrenen Überstunden minimiert wird.

(a) Formulieren Sie dieses Problem als Matching Problem.

(b) Angenommen, die Vormittagsfahrten werden in nichtfallender Reihenfolge ihrer Länge sortiert, und die Nachmittagsfahrten in nichtsteigender Reihenfolge ihrer Länge.
Zeigen Sie, dass man eine optimale Zuordnung erhält, wenn jedem Fahrer i die i-te Vormittagsfahrt und die i-te Nachmittagsfahrt zugeordnet wird.

Problem 2
Beweisen Sie Lemma 6.6. aus der Vorlesung.

Problem 3
Ein Graph $G = (N, A)$ heißt *bipartit*, wenn es eine Partition $N = N_1 \cup N_2$ mit $N_1 \cap N_2 = \emptyset$ gibt, so dass jede Kante in A einen Endknoten in N_1 und den anderen Endknoten in N_2 hat.

Zeigen Sie, dass man das MMP und das $MCMP$ in bipartiten Graphen auf entsprechende Netzwerkflussprobleme transformieren kann. Benutzen Sie ihre Transformation, um das MMP im folgenden Graphen zu lösen: