Algorithmus von Floyd-Warshall (Algorithmus 3.17)

(Input) $G = (N, A)$ *Digraph mit Kosten* $c(a) \geqslant 0 \; \forall \; a \in A$.

Step 1: *Setze*

$$d(i,j) := \begin{cases} c_{ij} & \text{für } (i,j) \in A \\ \infty & \text{sonst,} \end{cases}$$

$$pred(i,j) := \begin{cases} i & \text{für } (i,j) \in A \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Step 2: *Für* $p = 1$ *bis* n*:*

  Für $i = 1$ *bis* n*:*

    Für $j = 1$ *bis* n*:*

      Falls $d(i,j) > d(i,p) + d(p,j)$, *setze* $d(i,j) := d(i,p) + d(p,j)$, $pred(i,j) := pred(p,j)$.

      Falls $j = i$ *und* $d(i,i) < 0$ *STOP:* G *enthält einen negativen Dikreis.*

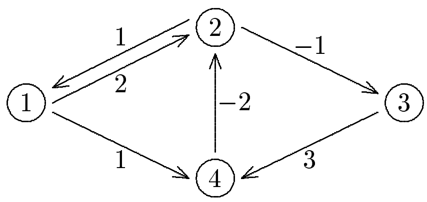
    end

  end

end

(Output) *Abstände* $d(i,j)$ *von* i *nach* j *für alle* $i, j \in N$ *und Vorgänger Labels* $pred(i,j)$, *oder ein negativer Dikreis* C.

Beispiel 3.18:



$$D = (d(i,j)) = \begin{pmatrix} \infty & 2 & \infty & 1 \\ 1 & \infty & -1 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 3 \\ \infty & -2 & \infty & \infty \end{pmatrix} \quad , \quad PRED = (pred(i,j)) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Iterationen: Die p-te Zeile und Spalte bleibt in Iteration p unverändert.
Aktualisierte Werte $d(i,j)$ und $pred(i,j)$ sind durch einen $*$ markiert.

$$\boxed{p = 1} \qquad D = \begin{pmatrix} \infty & 2 & \infty & 1 \\ 1 & 3^* & -1 & 2^* \\ \infty & \infty & \infty & 3 \\ \infty & -2 & \infty & \infty \end{pmatrix} \qquad \text{PRED} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1^* & 2 & 1^* \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{p = 2} \qquad D = \begin{pmatrix} 3^* & 2 & 1^* & 1 \\ 1 & 3 & -1 & 2 \\ \infty & \infty & \infty & 3 \\ -1^* & -2 & -3^* & 0^* \end{pmatrix} \qquad \text{PRED} = \begin{pmatrix} 2^* & 1 & 2^* & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 2^* & 4 & 2^* & 1^* \end{pmatrix}$$

$$\boxed{p = 3} \qquad D = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 & 2 \\ \infty & \infty & \infty & 3 \\ -1 & -2 & -3 & 0 \end{pmatrix} \qquad \text{PRED} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{p = 4} \qquad D = \begin{pmatrix} 0^* & -1^* & -2^* & 1 \\ 1 & 0^* & -1 & 2 \\ 2^* & 1^* & 0^* & 3 \\ -1 & -2 & -3 & 0 \end{pmatrix} \qquad \text{PRED} = \begin{pmatrix} 2^* & 4^* & 2^* & 1 \\ 2 & 4^* & 2 & 1 \\ 2^* & 4^* & 2^* & 3 \\ 2 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$