Universität Erlangen-Nürnberg
Naturwissenschaftliche Fakultät I
Sommersemester 2006
Prof. Dr. K. Klamroth
Eva Bijick

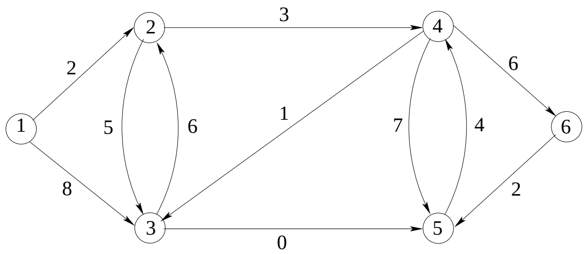
11. 05. 2006

Netzwerkoptimierung
Übungsblatt 3

Problem 1:
Beweisen Sie Satz 2.17 aus der Vorlesung: Löst der Greedy-Algorithmus das einem Mengensystem $(E, \mathcal{S})$ zugeordnete Optimierungsproblem für alle Gewichtsfunktionen, so ist $(E, \mathcal{S})$ ein Matroid.

Problem 2: Verallgemeinertes Rucksackproblem
In der Kürzeste-Wege-Formulierung des Rucksackproblems wird ein Objekt entweder in den Rucksack gepackt oder nicht; die entsprechende Entscheidungsvariable x_j kann nur die Werte 0 oder 1 annehmen. Beim *verallgemeinerten Rucksackproblem* kann jedes Objekt mehrfach mitgenommen werden, d.h. $x_j \in \mathbb{N}_0$. Formulieren Sie auch dieses Problem als Kürzeste-Wege-Problem und illustrieren Sie Ihr Modell am Beispiel aus der Vorlesung.

Problem 3:
Lösen Sie das Kürzeste-Wege-Problem im angegebenen Graphen $G = (N, A)$ mit Hilfe des Algorithmus von Dijkstra.



Problem 4:
Welche der folgenden Aussagen sind richtig? (Beweis oder Gegenbeispiel)

(a) Der Kürzeste-Wege-Baum ist eindeutig, wenn alle Kanten unterschiedliche Kosten haben.

(b) In einem Digraphen mit positiven Kosten ändern sich die Kosten der kürzesten Wege nicht, wenn man alle gerichteten Kanten durch ungerichtete Kanten ersetzt.

(c) Wenn in einem Kürzeste-Wege-Problem alle Kosten um eine Konstante $k > 0$ erhöht werden, erhöhen sich die Kosten der kürzesten Wege um ein Vielfaches von k.

(d) Wenn in einem Kürzeste-Wege-Problem alle Kosten um eine Konstante $k > 0$ gesenkt werden, sinken die Kosten der kürzesten Wege um ein Vielfaches von k.

(e) Unter allen kürzesten Wegen in $G = (N, A)$ findet der Algorithmus von Dijkstra immer kürzeste Wege mit einer minimalen Kantenanzahl.