Einführung in die Optimierung

5. Handout
am 05. Dezember 2008
WS 2008/09

Prof. Dr. K. Klamroth
M. Stiglmayr, K. Dächert
Optimierung und Approximation
Bergische Universität Wuppertal

http://www.math.uni-wuppertal.de/~klamroth/linopt.html

Algorithmus 3.10: Primal-Dualer Simplex Algorithmus

(Input) (LP) $\min\{\underline{c}\,\underline{x} : A\underline{x} = \underline{b} \geq \underline{0},\ \underline{x} \geq \underline{0}\}$,
dual zuläassige Lösung $\underline{\pi}$.

(1) $J := \{j : A_j^T \underline{\pi}^T = c_j\}$.

(2) Löse das **reduzierte primale LP**

$$\textbf{(RP)}\qquad \begin{array}{lrcl} \min & w = \sum\limits_{i=1}^{m} \hat{x}_i & & \\ \text{s.t.} & \sum\limits_{j \in J} x_j \cdot A_j + \underline{\hat{x}} & = & \underline{b} \\ & x_j, \hat{x}_i & \geq & 0 \quad \forall\, i, j \end{array}$$

oder sein duales

$$\textbf{(RD)}\qquad \begin{array}{lrcll} \max & v = \underline{b}^T \underline{\alpha}^T & & & \\ \text{s.t.} & A_j^T \underline{\alpha}^T & \leq & 0 & \forall\, j \in J \\ & \alpha_i & \leq & 1 & \forall\, i = 1, \ldots, m \\ & \alpha_i & \gtrless & 0 & \forall\, i = 1, \ldots, m \end{array}$$

Bem.: Die optimale Basis aus der letzten Iteration kann als zulässige Startbasis für (RP) benutzt werden.

(3) *Falls* $w_{\text{opt}} = v_{\text{opt}} = 0$ für den optimalen Zielfunktionswert
(STOP), für eine optimale Lösung $(x_j)_{j \in J}$ von (RP) setze
$x_j := 0 \ \ \forall\, j \notin J$;
$\underline{x} = (x_j)_{j=1}^n$ ist eine optimale Lösung von (P).
Sonst bestimme eine dual optimale Lösung $\underline{\alpha}_{\text{opt}}$ von (RD).

(4) *Falls* $A_j^T \underline{\alpha}_{\text{opt}}^T \leq 0 \quad \forall\, j \notin J$,
(STOP), (D) ist unbeschränkt, d.h. (P) ist unzulässig.
Sonst setze

$$\begin{aligned} \delta &:= \min \left\{ \frac{c_j - A_j^T \underline{\pi}^T}{A_j^T \underline{\alpha}_{\text{opt}}^T} : j \notin J,\ A_j^T \underline{\alpha}_{\text{opt}}^T > 0 \right\} \\ \underline{\pi} &:= \underline{\pi} + \delta \cdot \underline{\alpha}_{\text{opt}} \end{aligned}$$

und gehe zu (1).