Prof. K. Bongartz/
D. Skorodumov
BU Wuppertal
Fachbereich C - Mathematik

Tutorium zur Linearen Algebra I WS 08/09

Blatt 9

Die folgenden Aufgaben werden in der Woche vom 05.01 bis 09.01 im Tutorium besprochen.

Aufgabe 1: Berechnen Sie Determinanten von ein paar beliebigen Zahlenmatrizen. Berechnen Sie die Vandermonde'sche Determinante für $n = 3$.

Aufgabe 2: Berechnen Sie die Adjunkten der obigen Matrizen. Verifizieren Sie die Formel:

$$\widetilde{A}A = (\det_n A)E_n$$

für $n = 2$.

Aufgabe 3: Sei $A \in k^{n\times n}$ invertierbar, $b \in k^n$. Dann gilt:

a) $Ax = b$ hat genau eine Lösung x.

b) $x = \frac{1}{\det_n A}\tilde{A}b$.

c) Für $1 \leq i \leq n$ ist $(\det_n A)x_i = \det_n(A_{\bullet 1}, \ldots, b, \ldots, A_{\bullet n})$ mit b in der i-ten Spalte.

Aufgabe 4: Sei $\phi(t) = \begin{bmatrix} 1 \\ t \\ \vdots \\ t^{n-1} \end{bmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass jede n-elementige Teilmenge von $\{\phi(t) | t \in \mathbb{R}\}$ eine Basis von $\mathbb{R}^n$ ist.

Aufgabe 5: Sei $A \in k^{n\times n}$, $n \geq 2$. Dann gilt für die Adjunkte $\tilde{A}$:

$$\text{Rang } \tilde{A} = \begin{cases} n, & \text{Rang } A = n; \\ 1, & \text{Rang } A = n-1; \\ 0, & \text{Rang } A \leq n-2. \end{cases}$$

(Tipp: Für Rang $\tilde{A} = 1$ verwende $\tilde{A}A = 0$.)