Prof. K. Bongartz/
D. Skorodumov
BU Wuppertal
Fachbereich C - Mathematik

Tutorium zur Linearen Algebra I WS 08/09

Blatt 8

Die folgenden Aufgaben werden in der Woche vom 15.12 bis 19.12 im Tutorium besprochen.

Aufgabe 1: Geben Sie für jede der folgenden Abbildungen $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ jeweils ihre geometrische Bedeutung an. Beschreiben Sie dazu die Wirkung von f auf einer geeigneten „Testfigur“ $T \subset \mathbb{R}^2$, gegebenenfalls durch eine Zeichnung. Man gebe außerdem für jede Abbildung ihre Darstellungsmatrizen $M_\phi(f)$ und $M_{\phi'}(f)$ an bzgl. der Standardbasis $\phi = (e_1, e_2)$ und der Basis $\phi' = (\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix})$.

a) $f(x, y) = (\frac{x}{2}, y)$,

b) $f(x, y) = (y, -x)$,

c) $f(x, y) = (y, x)$,

d) $f(x, y) = (3x - 2y, -3y)$,

e) $f(x, y) = (x + y, y)$,

f) $f(x, y) = (x + y, 0)$,

g) $f(x, y) = (2x, 3y)$,

h) $f(x, y) = \frac{\sqrt{2}}{2}(x - y, x + y)$.

Aufgabe 2: Aufgabe mit Drehmatrix.

a) Zeigen Sie, daß eine Drehung f_α mit Drehpunkt im Ursprung um den Winkel α bzgl. der Standardbasis $\phi = (e_1, e_2) = (\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix})$ die Darstellungsmatrix $D_\alpha = \begin{bmatrix} cos(\alpha) & -sin(\alpha) \\ sin(\alpha) & cos(\alpha) \end{bmatrix}$ hat.

b) Leite Sie aus $f_\alpha \circ f_\beta = f_{\alpha+\beta}$ die Additionstheoreme für cos und sin her.

c) Sei h die Spiegelung an der Geraden g, die mit der x-Achse den Winkel α einschließt. Man zeige, daß die Darstellungsmatrix $M_\phi(h) = \begin{bmatrix} cos(2\alpha) & sin(2\alpha) \\ sin(2\alpha) & -cos(2\alpha) \end{bmatrix}$ bzgl. der Standardbasis ist.

d) Finde Sie ein Koordinatensystem ψ mit $M_\psi(h) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$.