Prof. K. Bongartz/
D. Skorodumov
BU Wuppertal
Fachbereich C - Mathematik

Tutorium zur Linearen Algebra I WS 08/09

Blatt 4

Die folgenden Aufgaben werden in der Woche vom 17.11 bis 21.11 im Tutorium besprochen.

Aufgabe 1: Sei V ein Vektorraum und $U, W \subseteq V$ Unterräume. Dann gilt:

$$U \cup W \textit{ ist ein Unterraum von } V \Longleftrightarrow U \subseteq W \textit{ oder } W \subseteq U$$

Aufgabe 2: Sei V ein Vektorraum und $U \subseteq V$ ein Unterraum. Zeige:

$$U \textit{ hat genau ein Komplement (als Vektorraum), wenn } U = \{0\} \textit{ oder } U = V.$$

Aufgabe 3: Sei $(U_i)_{i \in I}$ eine Familie von Unterräumen von V. Zeige:

$$\sum_{i \in I} U_i := \{u_{i_1} + u_{i_2} + \cdots + u_{i_r} \mid r \in \mathbb{N},\ i_j \in I,\ u_{i_j} \in U_{i_j}\} \textit{ ist ein Unterraum von } V.$$

Insbesondere gilt:

$$\sum_{i \in I} U_i = < \bigcup_{i \in I} U_i > .$$

Aufgabe 4: Seien U_1, U_2, U_3 Unterräume von V.

a) Stets gilt: $U_1 \cap U_2 + U_1 \cap U_3 \subseteq U_1 \cap (U_2 + U_3)$.

b) Gib ein Beispiel mit $U_1 \cap (U_2 + U_3) \nsubseteq U_1 \cap U_2 + U_1 \cap U_3$.

c) Falls $U_2 \subseteq U_1$, so gilt: $U_1 \cap (U_2 + U_3) = U_1 \cap U_2 + U_1 \cap U_3 = U_2 + U_1 \cap U_3$.