Prof. K. Bongartz/
D. Skorodumov
BU Wuppertal
Fachbereich C - Mathematik

Tutorium zur Linearen Algebra I

Blatt 1

Die folgenden Aufgaben werden in der Woche vom 27.10 bis 31.10 im Tutorium besprochen.

Aufgabe 1) Seien $f : A \to B$, $g : B \to C$ Abbildungen. Dann gilt:

a) $g \circ f$ injektiv $\Rightarrow f$ injektiv

b) $g \circ f$ surjektiv $\Rightarrow g$ surjektiv

c) $g \circ f$ bijektiv $\Rightarrow f$ injektiv, g surjektiv.
Gebe ein möglichst einfaches Beispiel an, wo weder f noch g bijektiv sind.

d) $g \circ f$ bijektiv, f bijektiv $\Rightarrow g$ bijektiv.
$g \circ f$ bijektiv, g bijektiv $\Rightarrow f$ bijektiv.

e) Sei noch $h : C \to D$ gegeben. Sind $g \circ f$ und $h \circ g$ bijektiv, so sind f, g, h alle bijektiv.

Aufgabe 2) Seien M, N Mengen mit $\sharp M = \sharp N = n < \infty$. Sei $f : M \to N$ Abbildung. Dann gilt:

$$f \textit{ injektiv} \iff f \textit{ surjektiv} \iff f \textit{ bijektiv}$$

Aufgabe 3) Zeige:

a) Die Abbildung $\Phi : \mathbb{R} \to P(\mathbb{Q})$, $x \mapsto \{y \in \mathbb{Q} | y \leq x\}$ ist injektiv.

b) Die Abbildung $\Psi : 2^{\mathbb{N}} = \{f : \mathbb{N} \to \{0,1\}\} \to \mathbb{R}$ mit $\Psi(f) = 0, f(1)f(2)f(3)\ldots$ ist injektiv.

Aufgabe 4) Seien $A \neq \emptyset \neq B$, dann gilt:

$$\exists\ f : A \to B \textit{ injektiv} \iff \exists\ g : B \to A \textit{ surjektiv}$$