

Prof.Dr. Diepenbrock
Fachbereich Mathematik und Naturwissenschaften
Bergische Universität Wuppertal
Email: Diepenbrock(at)math.uni-wuppertal.de

Stellungnahme zu der Stochastik-Aufgabe M LK HT 7 vom Zentralabitur NRW 2010

Hier wird eine Stellungnahme zu der Stochastik-Aufgabe M LK HT 7 aus der zentralen Abiturprüfung 2010 in NRW gegeben. Der Wortlaut der Aufgabe kann hier nicht wiedergegeben werden, weil das gegen das Urheberrecht des Schulministeriums NRW verstoßen würde. Dennoch wird wohl jeder, der auf der einen Seite als Schüler oder auf der anderen Seite als korrigierender Lehrer mit der Aufgabe zu tun hat, mit der Stellungnahme etwas anfangen können.

Kurzfassung der Stellungnahme: Die Formulierung in Teil c Punkt (2) "Untersuchen Sie, ob dieses Ergebnis noch mit der geäußerten Vermutung verträglich ist" ist äußerst verwirrend, sie widerspricht gut begründeten Sprechweisen, die der Unsymmetrie zwischen der Behandlung der Hypothese H_0 und der Gegenhypothese H_1 Rechnung tragen. Die Formulierung in Teil c Punkt (3) "dass eine "6" in mindestens $1/6$ der Würfe auftritt" ist unsinnig, weil hier eine Aussage über eine relative Häufigkeit statt einer Aussage über eine Wahrscheinlichkeit gebracht wird. Richtig müsste es heißen "dass die Wahrscheinlichkeit der "6" mindestens gleich $1/6$ ist".

Ausführlichere Stellungnahme:

Bei statistischen Tests werden die Hypothese und die Gegenhypothese nicht gleichartig behandelt, sondern es wird die Wahrscheinlichkeit einer falschen Entscheidung für die Gegenhypothese unter Kontrolle gehalten, nämlich sie muss kleiner oder gleich der Signifikanzzahl α sein. Hingegen gibt es für die Wahrscheinlichkeit einer falschen Entscheidung für die Hypothese eine Minimierungsforderung, die aber i.a. keine Begrenzung dieser Fehlerwahrscheinlichkeit erlaubt. Aus der Unsymmetrie der Behandlung von Hypothese und Gegenhypothese folgt, dass Entscheidungen für die Hypothese bzw. Gegenhypothese sinnvollerweise in unterschiedlicher Form formuliert werden sollten - und darauf wird zu Recht in den Schulbüchern auch hingewiesen:

Eine Entscheidung für die Hypothese H_0 wird beispielsweise so formuliert: die Hypothese H_0 kann nicht abgelehnt werden, das Ergebnis des Experiments ist mit der Hypothese H_0 verträglich, das Ergebnis ist nicht hinreichend, die Hypothese abzulehnen. Eine Entscheidung für die Gegenhypothese H_1 wird beispielsweise so formuliert: die Hypothese H_0 muss abgelehnt werden, man muss sich für die Gegenhypothese entscheiden, das Ergebnis des Experiments ist nicht mit der Hypothese H_0 verträglich.

Es wird bei sinnvollen Darstellungen, egal ob es um Schulbücher, Aufsätze zu statistischen Auswertungen oder was auch immer geht, oft die Formulierung verwendet, dass die Ergebnisse mit der Hypothese verträglich seien, aber analoge Formulierungen bezüglich der Gegenhypothese sind aus den genannten guten Gründen nicht üblich.

In Aufgabe M LK HT 7 besteht die richtige Lösung zu Punkt (1) darin, dass man die Hypothese $H_0: p=1/6$ (oder auch statistisch äquivalent die Hypothese $H_0: p \text{ größergleich } 1/6$) gegen die Gegenhypothese $H_1: p < 1/6$ testet. Zu Punkt (2): Die "geäußerte Vermutung" ist also hier die Gegenhypothese. Folglich passt es überhaupt nicht zusammen, wenn nun die Formulierung gebracht wird: "Untersuchen Sie, ob dieses Ergebnis noch mit der geäußerten Vermutung verträglich ist". Diese Formulierung ist für einen Schüler, der an die übliche Sprechweise gewohnt ist, einfach verwirrend.

Die verwirrende Formulierung lässt sich leicht vermeiden, indem man beispielsweise schreibt: "Spricht dieses Ergebnis für die Vermutung, dass die Sechs nur mit einer Wahrscheinlichkeit von weniger als $1/6$ auftritt" oder "Stützt dieses Ergebnis die Vermutung, dass die Sechs nur mit einer Wahrscheinlichkeit von weniger als $1/6$ auftritt?" Durch eine solche klare Formulierung wäre die Aufgabenstellung einerseits klar formuliert, und andererseits würde sie aber auch nicht die Aufgabe unnötig in irgendeiner unerwünschten Weise erleichtern oder erschweren. Die verwirrende Formulierung kann ja nicht vom Aufgabensteller beabsichtigt gewesen sein.

