

Lie-Algebren  
5. Übungsblatt  
Abgabe bis Montag, 30.11.2015  
(in Vorlesung oder Übung)

WiSe 2015/16  
Dr. Thorsten Weist  
Dr. Magdalena Boos

**Aufgabe 1. (6 Punkte)** Zeigen Sie:

- a) Ist  $\mathfrak{g}$  eine nilpotente Lie-Algebra, dann ist ihre Killingform die Nullabbildung ist.
- b) Eine Lie-Algebra  $\mathfrak{g}$  ist genau dann auflösbar, wenn  $\mathfrak{g}^1$  im Radikal der Killingform enthalten ist.

**Aufgabe 2. (6 Punkte)** Berechnen Sie die Determinante der Killingform von  $\mathfrak{sl}_3(\mathbb{C})$  bezüglich der Standardbasis. Welche Primzahlen teilen sie?

**Aufgabe 3. (6 Punkte)**

- a) Ist die Killingform von  $\mathfrak{gl}_2(\mathbb{C})$  ausgeartet?
- b) Zeigen Sie, dass die Killingform von  $\mathfrak{gl}_n(\mathbb{C})$  durch

$$\kappa(a, b) = 2 \cdot n \cdot \text{Spur}(ab) - 2 \cdot \text{Spur}(a) \cdot \text{Spur}(b)$$

gegeben ist.

**Aufgabe 4. (6 Punkte)** Es sei  $\mathfrak{g}$  eine auflösbare Lie-Algebra.

Zeigen Sie, dass  $\text{Spur}(\text{ad}_x \circ \text{ad}_y) = 0$  für alle  $x \in \mathfrak{g}$  und  $y \in \mathfrak{g}^1$  gilt.