Lie Algebren **WiSe 2015/16**
3. Selbsttest **Dr. Thorsten Weist**
Keine Abgabe **Dr. Magdalena Boos**

Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen je wahr oder falsch sind und kreuzen Sie Ihre Wahl an (wahr / falsch).

Es seien K ein algebraisch abgeschlossener Körper der Charakteristik 0, V ein endlich-dimensionaler K-Vektorraum, $\mathfrak{g}$ und $\mathfrak{g}'$ Lie-Algebren über K.

◯◯ a) Der Quotient $\mathfrak{g}/\mathrm{Rad}(\mathfrak{g})$ ist halbeinfach.

◯◯ b) Ist $\mathfrak{g}$ halbeinfach, dann ist $\mathrm{Rad}(\mathfrak{g})$ nilpotent.

◯◯ c) Halbeinfache Lie-Algebren sind auflösbar.

◯◯ d) Es gilt $[\mathfrak{g}, \mathfrak{g}] \subseteq V$ genau dann, wenn $[g, g'] \in V$ für alle $g, g' \in \mathfrak{g}$.

◯◯ e) Ist $\mathfrak{g}$ einfach und $\varphi : \mathfrak{g} \to \mathfrak{g}'$ ein Lie-Algebren-Homomorphismus, dann ist dieser ein Monomorphismus.

◯◯ f) $\mathrm{Rad}(\mathfrak{g})$ ist nilpotent.

◯◯ g) Ist $\mathfrak{g} \subseteq \mathrm{End}V$ auflösbar, dann sind alle $g \in \mathfrak{g}$ gleichzeitig trigonalisierbar.

◯◯ h) Ist $g \in \mathfrak{g} \subseteq \mathrm{End}V$ halbeinfach, dann ist ad_g nicht nilpotent.

◯◯ i) Kommutieren zwei Endomorphismen von V, dann kommutieren bereits ihre halbeinfachen und nilpotenten Komponenten.

◯◯ j) Ein Endomorphismus ist genau dann nilpotent, wenn er eine darstellende Matrix in oberer Dreiecksgestalt besitzt.

◯◯ k) Ein Endomorphismus von V lässt sich auf eine eindeutige Weise als Summe eines halbeinfachen und eines nilpotenten Endomorphismus von V schreiben.

◯◯ l) Die Killingform ist antisymmetrisch.

◯◯ m) Die Killingform von $\mathfrak{sl}_2$ ist ausgeartet.