Prof. Dr. M. Reineke **WiSe 2014/15**
Dr. M. Boos

Übungen zur Vorlesung „Kommutative Algebra“

8. Übungsblatt

Abgabe am 10.12.2014 bis 16 Uhr (in der Übung oder im BK65)

Aufgabe 1. Es seien A und B zwei Ringe, $f : A \to B$ ein Ringhomomorphismus und M ein flacher A-Modul.

Zeigen Sie, dass dann $M_B = B \otimes_A M$ ein flacher B-Modul ist.

Aufgabe 2. Es sei A ein Ring.

Zeigen Sie, dass direkte Summen von A-Moduln genau dann flach sind, wenn jeder Summand flach ist.

Aufgabe 3. Es sei A ein Ring.

Zeigen Sie, dass Tensorprodukte von flachen A-Moduln wieder flach sind.

Aufgabe 4. Es seien A und B zwei Ringe, $f : A \to B$ ein Ringhomomorphismus und N ein B-Modul. Per Restriktion der Skalare via f kann N als A-Modul aufgefasst werden und der B-Modul $N_B = B \otimes_A N$ betrachtet werden.

Zeigen Sie:

1. Der Homomorphismus $g : N \to N_B$, der durch $n \mapsto 1 \otimes n$ definiert ist, ist injektiv.

2. $g(N)$ ist ein direkter Summand von N_B.