Prof. Dr. M. Reineke
Dr. M. Boos **WiSe 2014/15**

Übungen zur Vorlesung „Kommutative Algebra“

13. Übungsblatt

Abgabe am 28.1.2015 bis 16 Uhr (in der Übung oder im BK65)

Aufgabe 1. Es seien k ein Körper und X eine algebraische Teilmenge des k^n.

Zeigen Sie: X ist genau dann irreduzibel, wenn $V(X)$ prim ist. *(Tipp: Eine Richtung können Sie direkt verifizieren, für die andere Richtung benutzen Sie Aufgabe 2.2 von Blatt 3.)*

Aufgabe 2. Es seien k ein Körper und $\mathfrak{a}$ das von $(X+1)^2(Y^2-Z)^3$ erzeugte Ideal in $k[X,Y,Z]$.

Skizzieren Sie die Nullstellenmenge von $\mathfrak{a}$ und berechnen Sie das Radikal $r(\mathfrak{a})$.

Aufgabe 3. Es seien k ein Körper und $\mathfrak{a}$ das von $Y^2 - XZ$ und $Z^2 - Y^3$ erzeugte Ideal in $k[X,Y,Z]$.

Berechnen Sie das Radikal $r(\mathfrak{a})$.

Aufgabe 4. Es sei k ein Körper.

Zeigen Sie, dass $k[X,Y]/(Y^2 - X^3)$ isomorph zum Unterring $k[T^2,T^3]$ von $k[T]$ ist, dass es aber keinen Isomorphismus zu $k[T]$ geben kann.